




10일의 기적

수 I + 수 II 해설지

3,6,9 ▶ 프리즘 해설지 (feat. 수능한권)

4,7,10 ▶ 일반 해설 (교육청 해설지)

 Part A. 올해기출 최종점검 2·3점 문제 (72문항)

Part B. 올해기출 최종점검 4점 문제 (37문항)

Part C. 올해기출 최종점검 고난도 문제 (23문항)

수 I 수 II Part A

- 1. 지수로그 p.02
- 2. 삼각함수 p.09
- 3. 수열 p.13

- 1.함수의극한 p.19
- 2.미분법 p.24
- 3.적분법 p.35

수 I 수 II Part B

- 1. 지수로그
- 2. 삼각함수
- 3. 수열

- 1.함수의극한
- 2.미분법
- 3.적분법

수 I 수 II Part C

- 1. 지수로그
- 2. 삼각함수
- 3. 수열

- 1.함수의극한
- 2.미분법
- 3.적분법

인간은 과정 앞에 무적이고, 결과 앞에 무력하다.

내가 매일 최선을 다하는 것만이

내가 이루어 내야 할 유일한 일이다. -김지석

김지석수학연구소



지수 계산

[2023년 6월 (공통) 1번]

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

⑤

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}} &= (3^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{-\frac{1}{2}} \\ &= 3 \times 2^{-1} = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

수 I

1. 지수로그

PART A

※ 2·3점 ※

[2023년 3월 (공통) 1번]

2. $\sqrt[3]{8} \times \frac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4
④ 8 ⑤ 16



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

①

$$\sqrt[3]{8} \times \frac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \times 2^{\sqrt{2} - (1 + \sqrt{2})} = 2 \times 2^{-1} = 1$$



[2023년 7월 (공통) 1번]

3. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{2\sqrt{3}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

교육청 해설

[정답] ④

$$\begin{aligned}
 4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{2\sqrt{3}-1} &= 2^{2(1-\sqrt{3})} \times 2^{2\sqrt{3}-1} \\
 &= 2^{2-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-1} \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

[2023년 10월 (공통) 1번]

5. $2^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

교육청 해설

[정답] ③

$$2^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1} = 2^{\sqrt{2}} \times 2^{-\sqrt{2}+1} = 2^{\sqrt{2}-\sqrt{2}+1} = 2$$

[2023년 9월 (공통) 1번]

4. $3^{1-\sqrt{5}} \times 3^{1+\sqrt{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
- ④ 3 ⑤ 9



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

⑤

$$3^{1-\sqrt{5}} \times 3^{1+\sqrt{5}} = 3^{1-\sqrt{5}+1+\sqrt{5}} = 3^2 = 9$$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



로그 계산 (로그의 성질 이용하기)

[2023년 3월 (공통) 16번]

6. $\log_2 96 - \frac{1}{\log_6 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

4

$$\begin{aligned} \log_2 96 - \frac{1}{\log_6 2} &= \log_2 96 - \log_2 6 = \log_2 \frac{96}{6} \\ &= \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \end{aligned}$$

[2023년 9월 (공통) 7번]

8. 두 실수 a, b 가

$$3a + 2b = \log_3 32, \quad ab = \log_9 2$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{25}{12}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b} = \frac{3a + 2b}{6ab} = \frac{\log_3 32}{6 \log_9 2} = \frac{5 \log_3 2}{3 \log_3 2} = \frac{5}{3}$$

[2023년 4월 (공통) 1번]

7. $\log_6 4 + \frac{2}{\log_3 6}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

교육청 해설

[정답] ②

$$\begin{aligned} \log_6 4 + \frac{2}{\log_3 6} &= \log_6 4 + 2 \log_6 3 \\ &= \log_6 (4 \times 9) \\ &= 2 \end{aligned}$$



지수함수 그래프

[2023년 4월 (공통) 17번]

9. 함수 $y = 4^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(\frac{3}{2}, 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] ③

함수 $y = 4^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면

함수 $y = 4^{x-1} + a$ 의 그래프와 일치한다.

함수 $y = 4^{x-1} + a$ 의 그래프가

점 $(\frac{3}{2}, 5)$ 를 지나므로 $5 = 4^{\frac{3}{2}-1} + a$

따라서 $a = 3$

지수방정식/부등식

[2023년 6월 (공통) 16번]

10. 부등식 $2^{x-6} \leq (\frac{1}{4})^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

3

$$2^{x-6} \leq 2^{-2x}$$

$$\Leftrightarrow x-6 \leq -2x$$

$$\therefore x \leq 2$$

\therefore 모든 자연수 x 의 값의 합은

$$1+2=3$$



로그함수의 그래프

[2023년 6월 (공통) 7번]

11. 상수 a ($a > 2$)에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

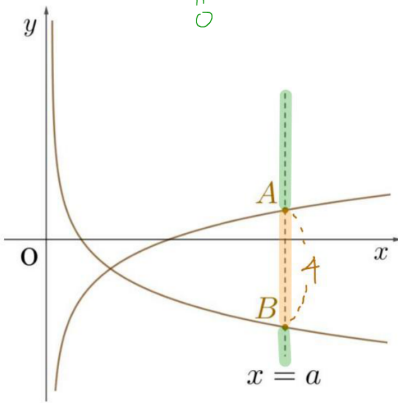
① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12



수능수학 Big Data Analyst 김지석
 수능한권 Prism 해설

③

함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 점근선은 $x = a$



$$\begin{aligned} \therefore A \left(a, \log_2 \frac{a}{4} \right), B \left(a, \log_{\frac{1}{2}} a \right) \\ \therefore \overline{AB} = \log_2 \frac{a}{4} - \log_{\frac{1}{2}} a = 4 \\ = (\log_2 a - 2) + \log_2 a \\ = 2\log_2 a - 2 = 4 \\ \therefore \log_2 a = 3 \\ \therefore a = 2^3 = 8 \end{aligned}$$

[2023년 4월 (공통) 6번]

12. 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-a)+b$ 가 닫힌구간 $[2, 5]$ 에서 최댓값 3, 최솟값 1을 갖는다. $a+b$ 의 값은? [3점]

(단, a, b 는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

교육청 해설

[정답] ④

함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-a)+b$ 는

x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하므로 $x = 2$ 일 때 최댓값 3, $x = 5$ 일 때 최솟값 1을 갖는다.

$$\log_{\frac{1}{2}}(2-a)+b = 3$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(5-a)+b = 1$$

두 식을 연립하면

$$\log_{\frac{1}{2}}(2-a) - \log_{\frac{1}{2}}(5-a) = 2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-a}{5-a} = 2 \text{에서 } \frac{2-a}{5-a} = \frac{1}{4} \text{이므로}$$

$$4(2-a) = 5-a, a = 1 \text{이고 } b = 3$$

따라서 $a+b = 4$



플컬러 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권





로그방정식/부등식

[2023년 10월 (공통) 16번]

13. 방정식

$$\log_2(x-2) = 1 + \log_4(x+6)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 10

로그의 진수의 조건에서 $x-2 > 0$,

$x+6 > 0$ 이므로

$x > 2$

주어진 방정식에서

$$\log_2(x-2) = \log_4 4 + \log_4(x+6)$$

$$\log_4(x-2)^2 = \log_4 4(x+6)$$

$$(x-2)^2 = 4(x+6)$$

$$x^2 - 8x - 20 = 0, (x+2)(x-10) = 0$$

$x > 2$ 이므로 $x = 10$

[2023년 3월 (공통) 8번]

14. 두 점 $A(m, m+3)$, $B(m+3, m-3)$ 에 대하여

선분 AB 를 2:1로 내분하는 점이 곡선

$y = \log_4(x+8) + m - 3$ 위에 있을 때, 상수 m 의

값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
- ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

⑤

선분 AB 를 2:1로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{2(m+3) + m}{2+1}, \frac{2(m-3) + (m+3)}{2+1} \right)$$

$\therefore (m+2, m-1)$

곡선 $y = \log_4(x+8) + m - 3$ 위에 있으므로

$$m-1 = \log_4(m+10) + m-3$$

$$\Leftrightarrow \log_4(m+10) = 2$$

$\therefore m = 6$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 7월 (공통) 16번]

15. 방정식 $\log_2(x-5)=\log_4(x+7)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 9

로그의 진수 조건에 의하여

$x-5 > 0$ 이고 $x+7 > 0$ 이므로 $x > 5$

..... ㉠

$\log_4(x-5)^2 = \log_4(x+7), (x-5)^2 = x+7$

$x^2 - 10x + 25 = x + 7, x^2 - 11x + 18 = 0$

$(x-2)(x-9) = 0, x = 2$ 또는 $x = 9$

㉠에 의하여 $x = 9$

[2023년 9월 (공통) 16번]

16. 방정식 $\log_2(x-1)=\log_4(13+2x)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

6

진수조건에 의하여 $x > 1$

$\log_2(x-1)=\log_4(x-1)^2$

$\Leftrightarrow \log_4(x-1)^2 = \log_4(13+2x)$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 13+2x$

$\Leftrightarrow (x-6)(x+2)=0$

$\therefore x = 6$ ($\because x > 1$)



삼각함수 계산

부호/각 변형/삼각함수 사이의 관계

[2023년 6월 (공통) 6번]

17. $\cos\theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

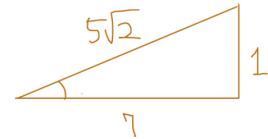
④

$$\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow -\sin\theta = \frac{1}{7}\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore \tan\theta = -\frac{1}{7}$$



$\tan\theta < 0$, $\cos\theta < 0$ 이므로 θ 는 제 2사분면 각이다.

$\therefore \sin\theta > 0$

$$\sin\theta = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

수 I

2. 삼각함수

PART A

※ 2·3점 ※

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 9월 (공통) 3번]

18. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 일

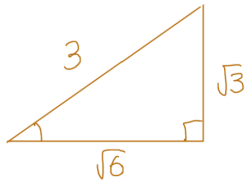
때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

②



$\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 에서 $\tan\theta < 0$ 이므로

$\therefore \tan\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

[2023년 10월 (공통) 5번]

19. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

$$\frac{1}{1 - \cos\theta} + \frac{1}{1 + \cos\theta} = 18$$

일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

교육청 해설

[정답] ②

$$\frac{1}{1 - \cos\theta} + \frac{1}{1 + \cos\theta} = \frac{2}{1 - \cos^2\theta} = \frac{2}{\sin^2\theta} = 18$$

$\sin^2\theta = \frac{1}{9}$ 이고 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 에서 $\sin\theta < 0$ 이므로

$$\sin\theta = -\frac{1}{3}$$



[2023년 7월 (공통) 3번]

20. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$ 이고 $\sin\theta\cos\theta < 0$ 일 때,

$\sin\theta + 2\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

교육청 해설

[정답] ⑤

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta = \frac{3}{5}$$

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = \frac{16}{25}$$

$$\sin\theta\cos\theta < 0 \text{이므로 } \sin\theta = -\frac{4}{5}$$

$$\text{따라서 } \sin\theta + 2\cos\theta = \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{6}{5} = \frac{2}{5}$$

[2023년 3월 (공통) 5번]

21. $\cos(\pi + \theta) = \frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi + \theta) > 0$ 일 때,

$\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

⑤

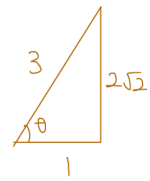
$$\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \cos\theta = -\frac{1}{3}$$

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta > 0 \Leftrightarrow \sin\theta < 0$$

$\therefore \theta$ 는 제3사분면의 각

$$\therefore \tan\theta = 2\sqrt{2}$$

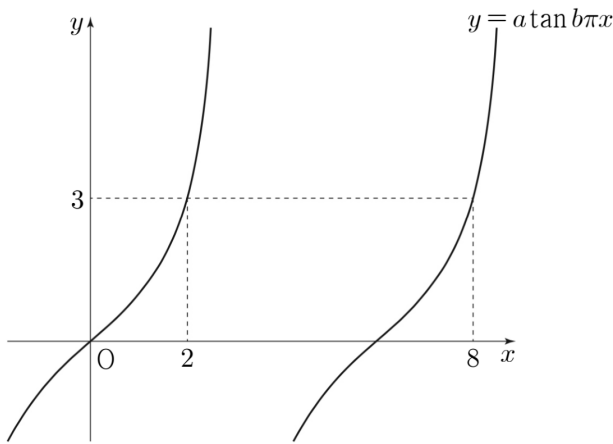




삼각함수 그래프

[2023년 4월 (공통) 8번]

22. 다음 그림과 같이 함수 $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프가 두 점 (2, 3), (8, 3)을 지날 때, $a^2 \times b$ 의 값은? [3점]
(단, a, b는 양수이다.)



- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

교육청 해설

[정답] ③ $\frac{1}{2}$

함수 $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프에서
함수 $y = a \tan b\pi x$ 의 주기는 $8 - 2 = 6$ 이므로

$$\frac{\pi}{|b\pi|} = \frac{1}{b} = 6, \quad b = \frac{1}{6}$$

함수 $y = a \tan \frac{\pi}{6} x$ 의 그래프는 점 (2, 3)을 지나므로

$$a \tan\left(\frac{\pi}{6} \times 2\right) = 3 \text{에서 } a = \sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } a^2 \times b = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

[2023년 6월 (공통) 19번]

23. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, a+b의 값을 구하시오. [3점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.

(나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

8

(step1) 최솟값에 대한 단서

$f(x) \geq 0$ 이고 $f(x) = 0$ 의 근이 존재하므로
 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.

$$\therefore -a + 8 - a = 0$$

$$\therefore a = 4$$

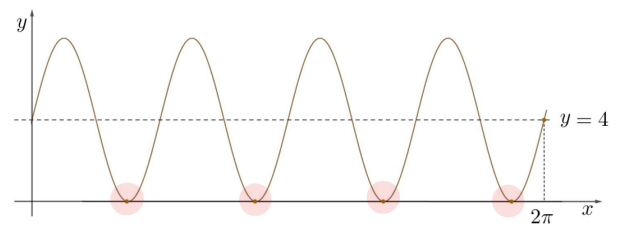
(step2) 주기에 대한 단서

b가 자연수이므로 $0 \leq x < 2\pi$ 에 주기 $\frac{2\pi}{b}$ 가 정확히

b개 들어간다.

$f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4,

$$\therefore b = 4$$



$$\therefore a + b = 4 + 4 = 8$$



풀컬리 손해설 기출문제집

과목별 6일완성 수능한권





등차수열의 합

[2023년 10월 (공통) 7번]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_7 - S_4 = 0, S_6 = 30$$

이다. a_2 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

교육청 해설

[정답] ②

$$S_7 - S_4 = a_5 + a_6 + a_7 = 0$$

수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이므로 공차를 d 라 하면

$$a_5 = a_6 - d, a_7 = a_6 + d \text{에서}$$

$$(a_6 - d) + a_6 + (a_6 + d) = 3a_6 = 0, \text{ 즉 } a_6 = 0$$

$S_6 = 30$ 이므로

$$S_6 = \frac{6(a_1 + a_6)}{2} = 3a_1 = 30$$

$$a_1 = 10$$

$$a_6 = 10 + 5d = 0 \text{이므로 } d = -2$$

$$\text{따라서 } a_2 = a_1 + d = 10 - 2 = 8$$

수 I

3. 수열

PART A

※ 2·3점 ※



등비수열의 일반항

[2023년 4월 (공통) 2번]

25. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 3, \frac{a_5}{a_3} = 4$ 일 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 18 ③ 21
④ 24 ⑤ 27

교육청 해설

[정답] ④

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하자.

수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항이 양수이므로 $r > 0$

a5/a3 = 3r^4/3r^2 = r^2 = 4, r = 2

따라서 a4 = 3r^3 = 24

[2023년 3월 (공통) 3번]

26. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

a5 = 4, a7 = 4a6 - 16

을 만족시킬 때, a8의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

①

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하면

a7 = 4a6 - 16

⇨ 4r^2 = 4 * 4r - 16

⇨ r^2 - 4r + 4 = 0

∴ r = 2

∴ a8 = a5r^3 = 4 * 2^3 = 32



[2023년 9월 (공통) 5번]

27. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3 a_8}{a_6} = 12, a_5 + a_7 = 36$$

일 때, a_{11} 의 값은? [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84
- ④ 90 ⑤ 96



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

⑤

$$\frac{a_3 a_8}{a_6} = a_3 r^2 = a_5 = 12$$

$$a_5 + a_7 = 12 + a_7 = 36 \quad \times r^2 = 2$$

$$\therefore a_7 = 24$$

$$\therefore r^2 = 2$$

$$\therefore a_{11} = a_7 r^4 = 24 \times 2^2 = 96$$

[2023년 7월 (공통) 6번]

28. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3^2 = a_6, a_2 - a_1 = 2$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28
- ④ 32 ⑤ 36

교육청 해설

[정답] ④

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하자.

$$a_n = ar^{n-1} \quad (\text{단, } n \text{은 자연수})$$

$$a_3^2 = a_6 \text{이므로 } (ar^2)^2 = ar^5, ar^4(a-r) = 0$$

$$a = r, a_n = r^n$$

$$a_2 - a_1 = 2 \text{이므로 } r^2 - r = 2$$

$$(r-2)(r+1) = 0$$

$$r = 2 \text{ 또는 } r = -1$$

모든 항이 양수이므로 $r = 2$ 따라서 $a_5 = r^5 = 32$



[2023년 10월 (공통) 3번]

29. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 2인 등비수열 $\{b_n\}$ 이

$$a_2 = b_2, a_4 = b_4$$

를 만족시킬 때, $a_1 + b_1$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

교육청 해설

[정답] ③

$a_2 = b_2$ 에서 $a_1 + 3 = b_1 \times 2$

즉 $a_1 - 2b_1 = -3$ ㉠

$a_4 = b_4$ 에서 $a_1 + 3 \times 3 = b_1 \times 2^3$

즉 $a_1 - 8b_1 = -9$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a_1 = -1, b_1 = 1$

따라서 $a_1 + b_1 = 0$

수열의 합 (시그마의 성질)

[2023년 6월 (공통) 3번]

30. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20
 ④ 25 ⑤ 30



수능수학 Big Data Analyst 김지석
 수능한권 Prism 해설

②

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 2 \sum_{k=1}^{10} a_k + 3 \times 10 = 60$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = 15$$

[2023년 7월 (공통) 18번]

31. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 40, \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = -10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (b_k + 5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 65

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 2 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 3 = 40, \sum_{k=1}^{10} a_k = 5$$

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = \sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{10} b_k = -10$$

$$\sum_{k=1}^{10} b_k = 15$$

따라서 $\sum_{k=1}^{10} (b_k + 5) = \sum_{k=1}^{10} b_k + \sum_{k=1}^{10} 5 = 65$



[2023년 9월 (공통) 17번]

32. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 34, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = 10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

24

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k)$$

$$= 2 \sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{10} b_k$$

$$= 2 \cdot 10 - \sum_{k=1}^{10} b_k = 34$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} b_k = -14$$

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 10 - (-14) = 24$$

[2023년 10월 (공통) 18번]

33. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k + 2) = 50,$$

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k) = -10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 110

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k + 2) = 50 \text{에서}$$

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{10} b_k = 30$$

..... ㉠

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k) = -10 \text{에서}$$

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - 2 \sum_{k=1}^{10} b_k = -10$$

..... ㉡

$$\text{㉠, ㉡에서 } \sum_{k=1}^{10} a_k = 70, \quad \sum_{k=1}^{10} b_k = 40$$

$$\text{따라서 } \sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k = 110$$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 3월 (공통) 18번]

34. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 5nx + 4n^2 = 0$$

의 두 근을 α_n, β_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 (1 - \alpha_n)(1 - \beta_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

427

$$x^2 - 5nx + 4n^2 = (x - \alpha_n)(x - \beta_n)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \alpha_n)(1 - \beta_n) = 1 - 5n + 4n^2$$

$$\sum_{n=1}^7 (1 - \alpha_n)(1 - \beta_n) = \sum_{n=1}^7 (1 - 5n + 4n^2)$$

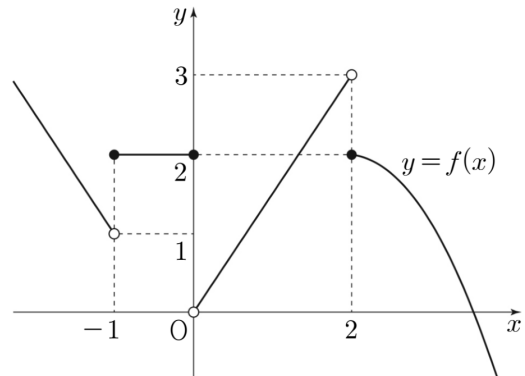
$$= 7 - 5 \times \frac{7 \times 8}{2} + 4 \times \frac{7 \times 8 \times 15}{6} = 427$$



좌극한과 우극한

[2023년 4월 (공통) 3번]

35. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

교육청 해설

[정답] ⑤

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 + 3 = 5$$

수Ⅱ
1. 함수의 극한
PART A
※ 2·3점 ※

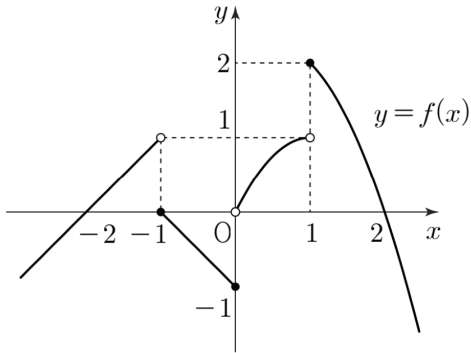
10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 7월 (공통) 4번]

36. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

교육청 해설

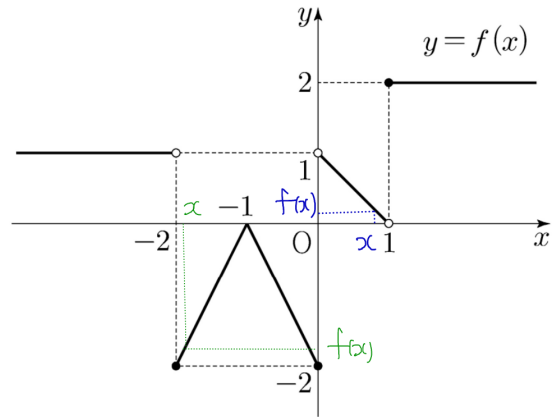
[정답] ③

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

따라서 $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 + 1 = 1$

[2023년 9월 (공통) 4번]

37. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

①

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2 + 0 = -2$$



[2023년 4월 (공통) 16번]

38. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 5

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3) = 5 \end{aligned}$$

함수의 연속

[2023년 6월 (공통) 4번]

39. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

②

[개념] 함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

$$\Leftrightarrow f(1) = 4 - f(1)$$

$$\therefore f(1) = 2$$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 4월 (공통) 18번]

40. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x) - 2x^3 + 1}{x^2} = 5, f(0) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 8

$f(x)$ 가 다항함수이고

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x) - 2x^3 + 1}{x^2} = 5 \text{이므로}$$

$$xf(x) = 2x^3 + 5x^2 + ax \text{ (a는 실수)}$$

$x \neq 0$ 일 때

$$f(x) = 2x^2 + 5x + a \text{이고}$$

함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이므로

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a = 1$$

$$\text{따라서 } f(1) = 2 + 5 + 1 = 8$$

[2023년 3월 (공통) 6번]

41. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & (x < 2) \\ -x + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은?

[3점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$\{f(x)\}^2 = \begin{cases} (x^2 - ax + 1)^2 & (x < 2) \\ (-x + 1)^2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

$x = 2$ 에서 연속이므로

$$(5 - 2a)^2 = (-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 5 - 2a = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow a = 2 \text{ or } a = 3$$

\therefore 모든 상수 a 의 값의 합은

$$2 + 3 = 5$$



[2023년 10월 (공통) 4번]

42. 두 자연수 m, n 에 대하여 함수

$$f(x) = x(x - m)(x - n)$$

이 $f(1)f(3) < 0, f(3)f(5) < 0$ 을 만족시킬 때,

$f(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 36 ③ 42
- ④ 48 ⑤ 54

교육청 해설

[정답] ④

방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 $0, m, n$ 이고

m, n 은 자연수이므로 사잇값의 정리에 의하여

$$f(1)f(3) < 0 \text{에서 } f(2) = 0$$

$$f(3)f(5) < 0 \text{에서 } f(4) = 0$$

$$f(x) = x(x - 2)(x - 4) \text{이므로 } f(6) = 6 \times 4 \times 2 = 48$$



미분계수와 도함수

[2023년 4월 (공통) 5번]

43. 0이 아닌 모든 실수 h 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 1에서 $1+h$ 까지 변할 때의 평균변화율이 $h^2 + 2h + 3$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

교육청 해설

[정답] ⑤

평균변화율 $\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = h^2 + 2h + 3$ 에서

$$\begin{aligned}
 f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (h^2 + 2h + 3) \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

수 II

2. 미분법

PART A

※ 2·3점 ※



[2023년 3월 (공통) 2번]

44. 함수 $f(x) = 2x^3 - x^2 + 6$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$f'(x) = 6x^2 - 2x$$

$$f'(1) = 6 - 2 = 4$$

[2023년 6월 (공통) 2번]

45. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = f'(3) = 2 \times 3 - 2 = 4$$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 7월 (공통) 2번]

46. 함수 $f(x) = x^3 - 7x + 5$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[2023년 9월 (공통) 2번]

47. 함수 $f(x) = 2x^2 - x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ 의

값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

교육청 해설

[정답] ⑤

$f'(x) = 3x^2 - 7$ 이므로

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2) = 5$$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

③

$f(1) = 1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$$

$f'(x) = 4x - 1$

$\therefore f'(1) = 3$



[2023년 10월 (공통) 2번]

48. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 2 ③ 4
- ④ 6 ⑤ 8

교육청 해설

[정답] ④

$f'(x) = 6x^2 + 3$ 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{2h} \times 2 \\ &= 2f'(0) = 2 \times 3 = 6 \end{aligned}$$

[2023년 6월 (공통) 5번]

49. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?

[3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

①

$$\begin{aligned} g'(x) &= 3x^2 f(x) + (x^3 + 1)f'(x) \\ g'(1) &= 3f(1) + 2f'(1) \\ &= 3 \times 2 + 2 \times 3 = 12 \end{aligned}$$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 9월 (공통) 18번]

50. 함수 $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 + ax + 3)$ 에 대하여 $f'(1) = 32$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

5

$$f'(x) = (2x)(x^2 + ax + 3) + (x^2 + 1)(2x + a)$$

$$f'(1) = 2(4 + a) + 2(2 + a) = 4a + 12 = 32$$

$$\therefore a = 5$$

[2023년 10월 (공통) 17번]

51. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x + 2)f(x)$$

라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 4일 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 22

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$ 에서의 접선의

기울기가 4이므로 $f(3) = 2$, $f'(3) = 4$

$g(x) = (x + 2)f(x)$ 에서

$g'(x) = f(x) + (x + 2)f'(x)$ 이므로

$$g'(3) = f(3) + 5f'(3) = 2 + 5 \times 4 = 22$$



[2023년 9월 (공통) 8번]

52. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 6x^2 - 2f(1)x, \quad f(0) = 4$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

④

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2x^3 - f(1)x^2 + C \\
 &= 2x^3 - f(1)x^2 + 4 \quad (\because f(0) = C = 4) \\
 \therefore f(1) &= 2 - f(1) + 4 \\
 \therefore f(1) &= 3 \\
 \therefore f(x) &= 2x^3 - 3x^2 + 4 \\
 \therefore f(2) &= 8
 \end{aligned}$$

[2023년 7월 (공통) 5번]

53. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & (x \leq 1) \\ 2x^3 + bx + 1 & (x > 1) \end{cases}$$

이 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -8 ② -6 ③ -4
- ④ -2 ⑤ 0

교육청 해설

[정답] ②

함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하므로 $x = 1$ 에서 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x + a) = a + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x^3 + bx + 1) = b + 3$$

$$f(1) = a + 3$$

$$a + 3 = b + 3, \quad a = b$$

함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x + a - (a + 3)}{x - 1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(2x^3 + ax + 1) - (a + 3)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(2x^2 + 2x + a + 2)}{x - 1}$$

$$= a + 6$$

$$3 = a + 6, \quad a = -3, \quad b = -3$$

따라서 $a + b = -6$



접선의 방정식

[2023년 4월 (공통) 7번]

54. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 3x - 1$ 이다. 함수 $g(x) = (x + 2)f(x)$ 에 대하여 $g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

교육청 해설

[정답] ①
 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식이 $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ 이므로
 $f'(0) = 3, f(0) = -1$
 $g'(x) = f(x) + (x + 2)f'(x)$
 따라서 $g'(0) = f(0) + 2f'(0) = -1 + 2 \times 3 = 5$

[2023년 3월 (공통) 17번]

55. 직선 $y = 4x + 5$ 가 곡선 $y = 2x^4 - 4x + k$ 에 접할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

11

$f(x) = 2x^4 - 4x + k$ 라고 하자.

접점의 x 좌표를 a 라고 하면

$f'(a) = 8a^3 - 4 = 4$

$\therefore a = 1$

$f(1) = 4 + 5$

$\Leftrightarrow 2 - 4 + k = 9$

$\therefore k = 11$



[2023년 7월 (공통) 19번]

56. 곡선 $y = x^3 - 10$ 위의 점 $P(-2, -18)$ 에서의 접선과 곡선 $y = x^3 + k$ 위의 점 Q 에서의 접선이 일치할 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 22

$f(x) = x^3 - 10, g(x) = x^3 + k$ 라 하자.

$f'(x) = 3x^2$ 이므로

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(-2, -18)$ 에서의

접선의 기울기는 $f'(-2) = 12$

접선의 방정식은

$$y - (-18) = 12\{x - (-2)\}, y = 12x + 6$$

점 Q 의 좌표를 $(\alpha, \alpha^3 + k)$ 라 하자. (단, α 는 상수)

$g'(x) = 3x^2$ 이므로

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $Q(\alpha, \alpha^3 + k)$ 에서의

접선의 기울기는 $g'(\alpha) = 3\alpha^2$

접선의 방정식은 $y - (\alpha^3 + k) = 3\alpha^2(x - \alpha)$,

$$y = 3\alpha^2x - 2\alpha^3 + k$$

두 접선이 일치하므로 $3\alpha^2 = 12, -2\alpha^3 + k = 6$

$\alpha = 2$ 이면 $k = 22, \alpha = -2$ 이면 $k = -10$

$k > 0$ 이므로 $k = 22$

그래프

[2023년 9월 (공통) 6번]

57. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 은 $x = -1$ 에서 극대이고, $x = 3$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [3점]

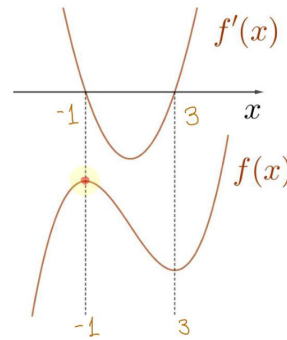
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 0 ② 3 ③ 6
- ④ 9 ⑤ 12



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

③



$$f'(x) = 3(x+1)(x-3) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$$

$$\therefore f(-1) = 6$$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 4월 (공통) 4번]

58. 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x + a$ 의 극솟값이 2일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

교육청 해설

[정답] ①

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$= 6(x+1)(x-1)$$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$a+4$	↘	$a-4$	↗

함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극솟값 $a-4$ 를 갖는다.

따라서

$$a - 4 = 2, \quad a = 6$$

[2023년 6월 (공통) 18번]

59. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수

$$f(x) = ax^3 + bx + a$$

는 $x = 1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

6

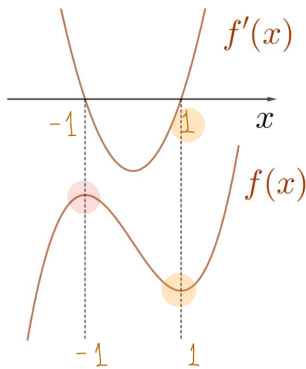
$$f(1) = a + b + a = -2$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(1) = 3a + b = 0$$

$$\therefore a = 2, \quad b = -6$$

$$\therefore f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x+1)(x-1)$$



$\therefore f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극대

$$\therefore f(-1) = -2 + 6 + 2 = 6$$



[2023년 7월 (공통) 7번]

60. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + 4$ 가 $x = 1$ 에서 극값을 갖는다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [3점]
(단, a 는 상수이다.)

- ① 31 ② 33 ③ 35
- ④ 37 ⑤ 39

교육청 해설

[정답] ①

함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 극값을 가지므로
 $f'(1) = 0$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 9$ 에서

$f'(1) = 3 + 2a - 9 = 0$ 이므로 $a = 3$

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x-1)(x+3)$

함수 $f(x)$ 는 $x = -3$ 에서 극댓값을 갖는다.

따라서 $f(-3) = -27 + 27 + 27 + 4 = 31$

[2023년 6월 (공통) 8번]

61. 두 곡선

$y = 2x^2 - 1, y = x^3 - x^2 + k$

가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

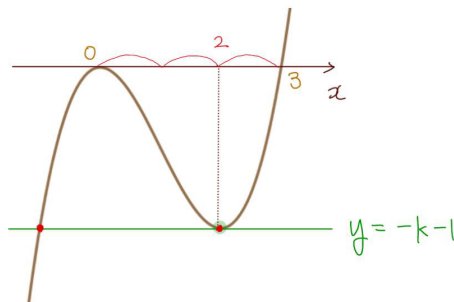
③

$x^3 - x^2 + k = 2x^2 - 1$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = -k - 1$

$f(x) = x^3 - 3x^2$ 과 $y = -k - 1$ 의 교점의 개수가 2

[Skill] 2:1 비례관계



$f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극소 $f(2) = -4$

$\therefore -k - 1 = -4$

$\therefore k = 3$



풀컬리 손해설 기출문제집

과목별 6일완성 수능한권



10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 10월 (공통) 8번]

62. 두 함수

$$f(x) = -x^4 - x^3 + 2x^2,$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + a$$

가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \leq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② $\frac{26}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$
- ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

교육청 해설

[정답] ⑤

$$f(x) \leq g(x) \text{에서 } g(x) - f(x) \geq 0$$

$$\text{즉 } x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + a \geq 0$$

$$h(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + a \text{라 하면 } h(x) \geq 0$$

$$h'(x) = 4x^3 + 4x^2 - 8x = 4x(x-1)(x+2)$$

$$h'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	0	...	1	...
$h'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$h(x)$	↘	$a - \frac{32}{3}$	↗	a	↘	$a - \frac{5}{3}$	↗

함수 $h(x)$ 는 $x = -2$ 에서 최솟값 $a - \frac{32}{3}$ 를

$$\text{갖는다. } a - \frac{32}{3} \geq 0 \text{에서 } a \geq \frac{32}{3}$$

따라서 실수 a 의 최솟값은 $\frac{32}{3}$ 이다.



부정적분 / 정적분 계산

[2023년 6월 (공통) 17번]

63. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

33

$$f(x) = \int f'(x)dx = 2x^4 - x + C$$

$$f(0) = C = 3$$

$$\therefore f(x) = 2x^4 - x + 3$$

$$\therefore f(2) = 32 - 2 + 3 = 33$$

수 II

3. 적분법

PART A

※ 2·3점 ※

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 7월 (공통) 17번]

64. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 - 8x + 1$ 이고 $f(1) = 10$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 20

$$f(x) = \int (9x^2 - 8x + 1) dx$$

$$= 3x^3 - 4x^2 + x + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$f(1) = 3 - 4 + 1 + C = 10, \quad C = 10$$

$$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + x + 10$$

$$\text{따라서 } f(2) = 24 - 16 + 2 + 10 = 20$$

[2023년 3월 (공통) 4번]

65. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 - ax + 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

(단, a 는 상수이다.)

① 8 ② 10 ③ 12

④ 14 ⑤ 16



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

②

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 - ax + 1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입

$$0 = 1 - a + 1$$

$$\therefore a = 2$$

양변을 x 에 대하여 미분

$$f(x) = 3x^2 - 2$$

$$\therefore f(2) = 12 - 2 = 10$$

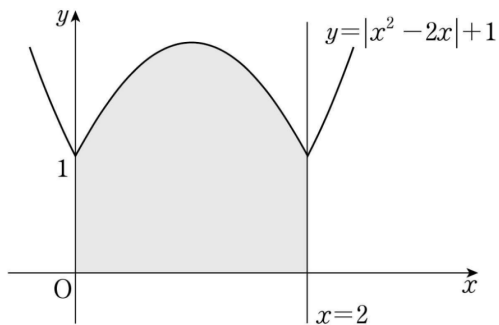


정적분의 활용 (넓이)

[2023년 3월 (공통) 7번]

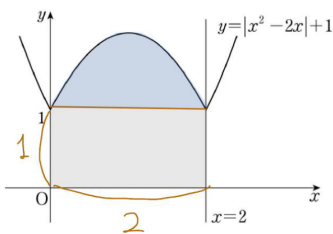
66. 함수 $y = |x^2 - 2x| + 1$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
- ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

③



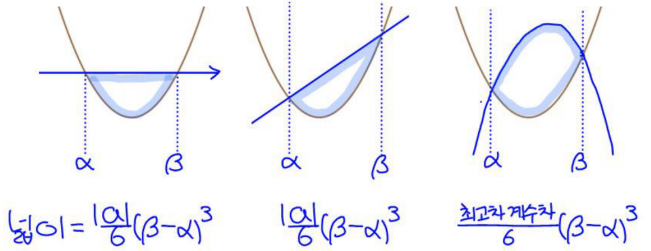
$$\frac{1}{6}(2-0)^3 + 1 \times 2 = \frac{10}{3}$$

[다른 풀이]

$$\int_0^2 (|x^2 - 2x| + 1) dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x + 1) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + x \right]_0^2 = \frac{10}{3}$$

Analysis^{MR}



풀컬리 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권

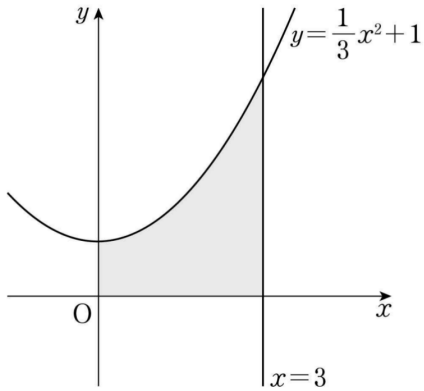




[2023년 10월 (공통) 6번]

67. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$ 과 x 축, y 축 및 직선 $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$
 ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$



교육청 해설

[정답] ①

구하는 부분의 넓이는

$$\int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^2 + 1 \right) dx = \left[\frac{1}{9}x^3 + x \right]_0^3 = 3 + 3 = 6$$

[2023년 9월 (공통) 19번]

68. 두 곡선 $y = 3x^3 - 7x^2$ 과 $y = -x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]



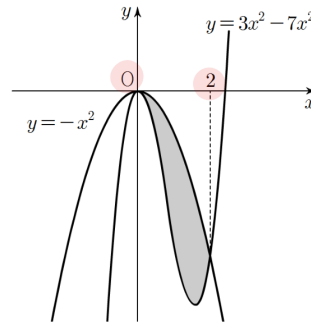
수능수학 Big Data Analyst 김지석
 수능한권 Prism 해설

4

$$3x^3 - 7x^2 = -x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^3 - 6x^2 = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ or } 2$$

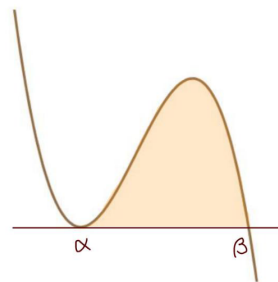


$$\int_0^2 \{ -x^2 - (3x^3 - 7x^2) \} dx = \int_0^2 (-3x^3 + 6x^2) dx$$

$$= \frac{3}{12} \cdot 2^4 = 4$$

Analysis^{WR}

$$\text{넓이} = \frac{|a|}{12} (\beta - \alpha)^4$$





직선 운동

[2023년 4월 (공통) 19번]

69. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t > 0$)에서의 위치 $x(t)$ 가

$$x(t) = \frac{3}{2}t^4 - 8t^3 + 15t^2 - 12t$$

이다. 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 6

점 P의 시각 t ($t > 0$)에서의 속도를 $v(t)$ 라 하면

$$v(t) = 6t^3 - 24t^2 + 30t - 12$$
$$= 6(t-1)^2(t-2)$$

$v(t) = 0$ 에서 $t = 1$ 또는 $t = 2$

함수 $x(t)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면

t	0	...	1	...	2	...
$v(t)$		-	0	-	0	+
$x(t)$		↘	$-\frac{7}{2}$	↘	-4	↗

점 P는 $0 < t < 2$ 에서 운동 방향이 음의 방향이고 $t > 2$ 에서 운동 방향이 양의 방향이므로

점 P는 시각 $t = 2$ 에서 운동 방향이 바뀐다.

점 P의 시각 t ($t > 0$)에서의 가속도를 $a(t)$ 라 하면

$$a(t) = v'(t) = 18t^2 - 48t + 30$$

따라서

점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간

점 P의 가속도는

$$a(2) = 18 \times 2^2 - 48 \times 2 + 30$$
$$= 6$$

[2023년 3월 (공통) 19번]

70. 시각 $t = 0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 15t + k, \quad v_2(t) = -3t^2 + 9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

18

시각 t 에서 두 점 P, Q의 위치를 각각 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 라 하자.

(Step1) 일상용어를 수학적용어로 번역하기

시각 $t = 0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여

$$\Leftrightarrow \text{위치} = 0 \Leftrightarrow x_1(0) = x_2(0) = 0$$

출발한 후

$$\Leftrightarrow t > 0$$

두 점 P, Q가 출발한 후 한 번만 만난다.

$$\Leftrightarrow t > 0 \text{에서 } x_1(t) = x_2(t) \text{의 서로 다른 실근의 개수는 } 1$$

(Step2) $x_1(t) = x_2(t)$ 계산하기

$$x_1(t) = t^3 - \frac{15}{2}t^2 + kt$$

$$x_2(t) = -t^3 + \frac{9}{2}t^2$$

$$x_1(t) - x_2(t) = t(2t^2 - 12t + k) = 0$$

$k > 0$ 이고 $t > 0$ 이므로

$2t^2 - 12t + k = 0$ 은 중근을 가져야 한다.

판별식을 계산하면

$$\frac{D}{4} = (-6)^2 - 2 \times k = 0$$

$$\therefore k = 18$$

10일의 기적

올해 기출 최종점검



[2023년 7월 (공통) 8번]

71. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 4t + 3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1$, $t=a$ ($a > 1$)에서 운동 방향을 바꿀 때, 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

교육청 해설

[정답] ②

점 P가 운동 방향을 바꿀 때 $v(t) = 0$

$$v(t) = t^2 - 4t + 3 = (t-1)(t-3) = 0$$

점 P가 $t=1$, $t=3$ 에서 운동 방향을 바꾸므로 $a=3$

점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 움직인 거리는

$$\begin{aligned} & \int_0^3 |v(t)| dt \\ &= \int_0^1 v(t) dt + \int_1^3 \{-v(t)\} dt \\ &= \int_0^1 (t^2 - 4t + 3) dt + \int_1^3 (-t^2 + 4t - 3) dt \\ &= \left[\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3t \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3t \right]_1^3 \\ &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

[2023년 10월 (공통) 19번]

72. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 12t - 12, \quad v_2(t) = 3t^2 + 2t - 12$$

이다. 시각 $t=k$ ($k > 0$)에서 두 점 P, Q의 위치가 같을 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

교육청 해설

[정답] 102

원점에서 출발한 점 P의 시각 $t=k$ 에서의 위치는

$$\int_0^k (12t - 12) dt = \left[6t^2 - 12t \right]_0^k = 6k^2 - 12k$$

원점에서 출발한 점 Q의 시각 $t=k$ 에서의 위치는

$$\int_0^k (3t^2 + 2t - 12) dt = \left[t^3 + t^2 - 12t \right]_0^k = k^3 + k^2 - 12k$$

시각 $t=k$ 에서 두 점 P, Q의 위치가 같으므로

$$6k^2 - 12k = k^3 + k^2 - 12k, \quad k^2(k-5) = 0$$

$k > 0$ 이므로 $k=5$

시각 $t=0$ 에서 $t=5$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} & \int_0^5 |12t - 12| dt \\ &= \int_0^1 (12 - 12t) dt + \int_1^5 (12t - 12) dt \\ &= \left[12t - 6t^2 \right]_0^1 + \left[6t^2 - 12t \right]_1^5 = 102 \end{aligned}$$