제 2 교시

6평 대비 미니 모의고사 1회 문제지

수학 영역

홀수형

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

공부 하기 싫다.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

9. 등차수열 $\{a_n\}$에 대해, $\sum_{n=1}^{5} a_n < 0$ 이고, $|a_3| = a_4 + a_5$를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{8} a_n = 8$일 때, a_{10}의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

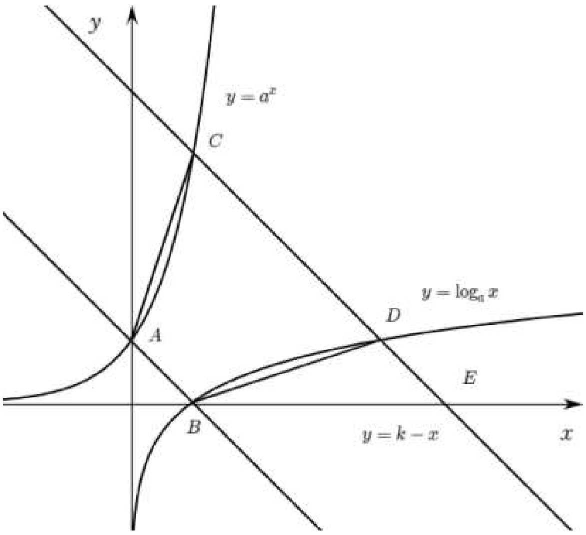
10. 이차함수 $f(x) = (x-2)^2$에 대해, 직선 $y = mx\ (m > 0)$와 곡선 $y = f(x)$, y축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 S 라고 하자. 직선 $y = mx$와 곡선 $y = f(x)$의 두 교점의 x좌표의 합이 5일 때, $6S$의 값은? [4점]

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

11. 그림과 같이 1보다 큰 양수 a에 대해 곡선 $y=a^x$, $y=\log_a x$가 직선 $y=1-x$와 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $y=k-x$와 만나는 점을 각각 C, D 라고 하자. 직선 $y=k-x$가 x축과 만나는 점을 E라고 할 때, 다음을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{CD}}=3\sqrt{2}$
(나) 사각형 ABDC의 넓이는 삼각형 BDE의 넓이의 4배이다.

a의 값은? [4점]



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. 최고차항의 계수가 1이고, $f'(0)\neq 0$인, 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(0,2)$에서 곡선에 접하는 접선을 l이라고 하자. 이때 l과 곡선 $y=f(x)$는 x좌표가 음수인 점에서 만나고, 직선 l을 y축에 대하여 대칭이동 시킨 직선이 $y=f(x)$와 접한다. $f(1)=9$일 때, $f(2)$의 값으로 알맞은 것은? [4점]

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

13. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항 까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{(n+1)!(n+1)}=\frac{1}{n+1}$$

이 성립할 때, $\displaystyle\sum_{k=2}^{n}\frac{a_k}{(n-2)!}$를 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $\dfrac{S_1}{2!\times 2}=\dfrac{1}{2}$이므로, $a_1=2$이다.

$n=2$일 때, $\dfrac{S_2}{3!\times 3}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{6}$이고, $S_2=-3$이므로,

$a_2=-5$이다.

$n\geq 2$인 모든 자연수 n에 대하여,

$$\frac{S_n}{(n+1)!(n+1)}=$$
$$\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{(k+1)!(k+1)}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{S_k}{(k+1)!(k+1)}=\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$$

이다. 따라서,

$$S_n=-(n+1)\times\boxed{\text{(가)}}$$

이다. 이때, $n\geq 3$인 모든 자연수 n에 대해서

$$a_n=S_n-S_{n-1}$$
$$=-(n-2)!\times\boxed{\text{(나)}}$$

이므로, $n\geq 3$일 때,

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{a_k}{(n-2)!}=a_2-\sum_{k=3}^{n}\boxed{\text{(나)}}$$
$$=\boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$이라 할 때, $f(3)\times g(1)\times h(4)$의 값은? [4점]

① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

14. 실수 α에 대하여, 삼차함수 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-\alpha)$에 대해 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\alpha=3$일 때, $\displaystyle\int_1^{\alpha}f(x)dx=0$이다.

ㄴ. $\left|\displaystyle\int_1^{2}f(x)dx\right|$는 $\alpha=\dfrac{3}{2}$일 때, 최솟값을 갖는다.

ㄷ. $\left|\displaystyle\int_a^{b}f(x)dx\right|=\displaystyle\int_a^{b}|f(x)|dx$을 만족시키는 $a<b<\alpha$인 자연수의 순서쌍 (a,b)가 29개가 되도록 하는 α의 최솟값은 10이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ. ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$에 대해, 모든 자연수 n에 대하여,

$$|a_{n+2}| = |a_{n+1}| + |a_n|, \qquad a_n a_{n+1} a_{n+2} < 0$$

를 만족시킨다. $a_3 = 4$일 때, $\sum_{n=1}^{6} |a_n| - a_n$이 최댓값을 갖도록 하는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 값은? [4점]

① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

단답형

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대해, 함수 $g(x)$가 다음을 만족시킨다.

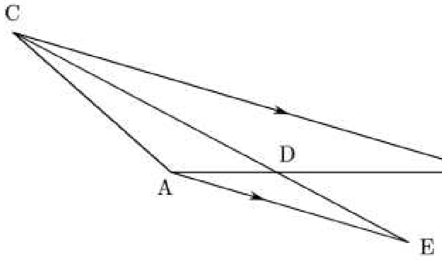
$(x+2)g(x) = f(x) - f(2)$

$f(x) = g(x)$가 서로 다른 두 실근을 가지도록 하는 $f(0)$의 최댓값이 존재할 때, $4g(-2)$의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 길이가 3인 선분 $\overline{AB}$를 삼등분하는 점 중 A에 가까운 것을 D라 하자. 점 A에서 그은 선분 $\overline{BC}$에 평행한 직선과, 직선 CD가 만나는 점을 E라고 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 ADE, BCA, BCD의 외접원의 반지름은 공비가 r인 등비수열을 이룬다.
(나) 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는 삼각형 ADE의 외접원의 넓이의 $\frac{8}{11}$배 이다.

선분 BC의 길이를 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]



22. 삼차함수 $f(x)=x(x-4)^2$ 에 대해, 실수 전체 집합에서 연속인 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\geq mx) \\ mx & (f(x)<mx) \end{cases} \quad (\text{단}, m>0\text{인 실수})$$

와 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $h(x)=0$은 서로 다른 두 양의 실근을 갖는다.
(나) $x>0$에서, $g(x)-|h(x)|$와 $g(x)|h(x)|$는 오직 한 점에서만 미분가능하지 않고, 미분 가능하지 않은 점의 x좌표는 서로 다르다.

$h(-2)$의 값을 구하시오, [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.