

안녕맨의 손으로 만든 제 19회 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. 방정식 $\cos x - x + 1 = 0$ 이 오직 하나의 실근을 가질 때, 다음 중 실근이 존재하는 구간은? [2점]

- ① $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ ② $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$
 ④ $\left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$ ⑤ $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

2. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 3)$ 과 $\vec{b} = (2, 1)$ 에 대하여 내적 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19

3. $4\cos^2 x + 4\sin x = 5$ 일 때, $\sin x$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. 다항식 $(x+a)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 280 일 때, x^5 의 계수는? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 84 ② 91 ③ 98
 ④ 105 ⑤ 112

5. 함수 $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^6} dt$ 에 대하여 상수 a 가 $f(a) = \frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때,

$$\int_0^a \frac{e^{f(x)}}{1+x^6} dx$$

의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$ ② $\sqrt{e}-1$ ③ 1
 ④ $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{e}+1$

6. 좌표평면 위에 원점 O 를 시점으로 하는 서로 다른 임의의 두 벡터 \vec{OP} , \vec{OQ} 가 있다. 두 벡터의 중점 P , Q 를 x 축 방향으로 3만큼, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 각각 P' , Q' 이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보 기]

- ㄱ. $|\vec{OP} - \vec{OP'}| = \sqrt{10}$
 ㄴ. $|\vec{OP} - \vec{OQ}| = |\vec{OP'} - \vec{OQ'}|$
 ㄷ. $\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = \vec{OP'} \cdot \vec{OQ'}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? (단, $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3}{4}\pi$)

[3점]

- ① $-\frac{7}{9}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{5}{9}$
 ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

‘가’형

8. 함수 $f(x)$ 가 $x > -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$\ln(1+x) \leq f(x) \leq \frac{1}{2}(e^{2x}-1)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② e ③ 3
④ 4 ⑤ $2e$

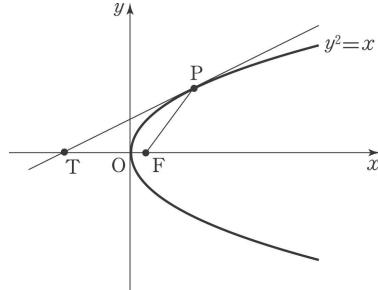
9. 좌표공간에서 xy 평면, yz 평면, zx 평면은 공간을 8개의 부분으로 나눈다. 이 8개의 부분 중에서

구 $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 24$ 가 지나는 부분의 개수는?

[4점]

- ① 8 ② 7 ③ 6
④ 5 ⑤ 4

10. 다음은 포물선 $y^2 = x$ 위의 꼭지점이 아닌 임의의 점 P 에서의 접선과 x 축과의 교점을 T, 포물선의 초점을 F 라고 할 때, $\overline{FP} = \overline{FT}$ 임을 증명한 것이다.



[증명]

점 P 의 좌표를 (x_1, y_1) 이라고 하면, 접선의 방정식은

(가)

이 식에 $y = 0$ 을 대입하면 교점 T 의 좌표는 $(-x_1, 0)$ 이다.

초점 F 의 좌표는 (나) 이므로 $\overline{FT} = \text{(다)}$

한편 $\overline{FP} = \sqrt{\left(x_1 - \frac{1}{4}\right)^2 + y_1^2} = \text{(다)}$

따라서 $\overline{FP} = \overline{FT}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은? [3점]

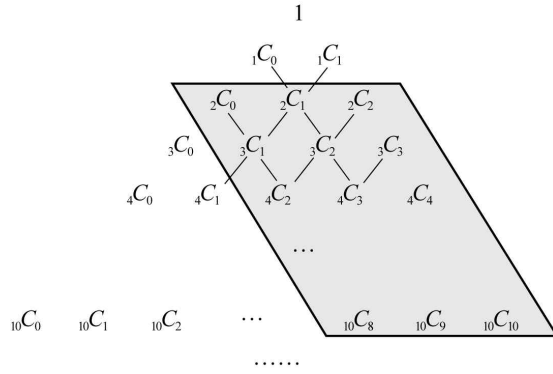
- | | (가) | (나) | (다) |
|----------------------------------|-------------------------------|---------------------|-----|
| ① $y_1 y = \frac{1}{2}(x + x_1)$ | $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ | $x_1 + \frac{1}{2}$ | |
| ② $y_1 y = \frac{1}{2}(x + x_1)$ | $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ | $x_1 + \frac{1}{4}$ | |
| ③ $y_1 y = \frac{1}{2}(x + x_1)$ | $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ | $x_1 + \frac{1}{2}$ | |
| ④ $y_1 y = x + x_1$ | $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ | $x_1 + \frac{1}{4}$ | |
| ⑤ $y_1 y = x + x_1$ | $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ | $x_1 + \frac{1}{2}$ | |

11. 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어있는 상자에서 1개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 3회 던지고 검은 공이면 동전을 4회 던질 때, 앞면이 3회 나올 확률은?

(단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{7}{16}$
 ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

12. 그림과 같은 수의 배열을 파스칼의 삼각형이라고 한다. 어두운 부분의 모든 수들의 합은? [3점]



- ① 224 ② 226 ③ 228
 ④ 230 ⑤ 232

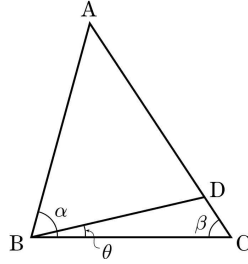
13. 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게가 정규분포 $N(11, 2^2)$ 을 따른다고 하자. A 와 B 두 사람이 크기가 4인 표본을 각각 독립적으로 임의추출하였다. A 와 B 가 추출한 표본의 평균이 모두 10 이상 14 이하가 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

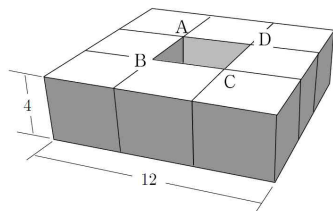
- ① 0.8123 ② 0.7056 ③ 0.6587
④ 0.5228 ⑤ 0.2944

14. 그림과 같이 $\overline{AB} < \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC 에서 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$ 라 하자. 또, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 변 AC 위에 점 D 를 잡고 $\angle DBC = \theta$ 라 하자. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [4점]

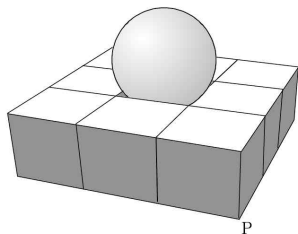


- ① $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{10}$

15. [그림 1]과 같이 한 변의 길이가 4인 정육면체 모양의 블록 9개를 직육면체 모양으로 쌓은 후, 가운데 블록을 없애고 [그림 2]와 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 구를 정사각형 ABCD의 네 변에 모두 접하도록 올려놓았다. 구의 중심으로부터 꼭짓점 P까지의 거리를 l 이라 할 때, l^2 의 값은? [4점]



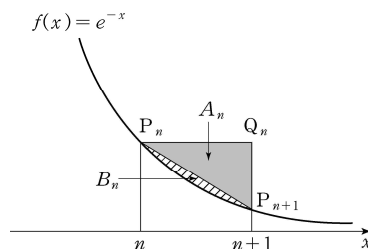
[그림 1]



[그림 2]

- ① 95 ② 97 ③ 99
④ 101 ⑤ 103

16. 함수 $f(x) = e^{-x}$ 과 자연수 n 에 대하여 점 P_n, Q_n 을 각각 $P_n(n, f(n)), Q_n(n+1, f(n))$ 이라 하자. 삼각형 $P_n P_{n+1} Q_n$ 의 넓이를 A_n , 선분 $P_n P_{n+1}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 B_n 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



[보 기]

$$\neg. \int_n^{n+1} f(x) dx = f(n) - (A_n + B_n)$$

$$\neg. \sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{1}{2e}$$

$$\neg. \sum_{n=1}^{\infty} B_n = \frac{3-e}{2e(e-1)}$$

- ① \neg ② \neg, \neg ③ \neg, \neg
④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

17. 어느 고등학교에서 특정한 제품을 선호하는 학생의 비율 p 를 알아보기로 하였다. 이 학교 학생 중에서 n 명의 학생을 임의추출하여 그 제품을 선호하는 표본비율 \hat{p} 을 구하였다. 비율 p 의 신뢰구간에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)

[4점]

[보 기]

- ㄱ. $n=100$ 이고 $\hat{p} = \frac{1}{5}$ 인 경우 비율 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $[0.1216, 0.2784]$ 이다.
- ㄴ. 신뢰도 95%일 때, $n=400$ 인 경우의 최대 허용 표본오차는 $n=100$ 인 경우의 최대 허용 표본오차의 $\frac{1}{4}$ 이다.
- ㄷ. $n=50$ 인 표본을 100번 임의추출하여 비율 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간 100개를 구해 보면, 이 중 약 95개는 비율 p 를 포함한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 인

함수 $f(x)$ 가 $f(x) = -2 \left| x - \frac{1}{2} \right| + 1 \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \right)$ 이고

함수 $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{1+f(x)\}^n - 1}{\{1+f(x)\}^n + 1}$ 일 때,

$g(10\sqrt{2}) - g(\sqrt{3})$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

19. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

(7) $f(0) = 0$

(나) $0 < x < y < 1$ 인 모든 x, y 에 대하여

$$0 < xf(y) < yf(x)$$

세 수 $A=f'(0)$, $B=f(1)$, $C=2\int_0^1 f(x)dx$ 의 대소 관계를 옳게

나타낸 것은? [4점]

① $A < B < C$

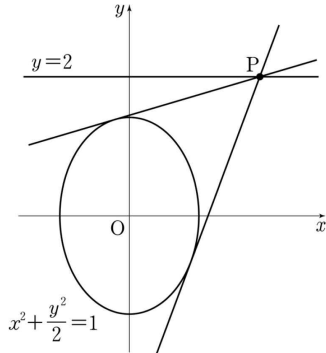
② $A < C < B$

③ $B < A < C$

④ $B < C < A$

⑤ $C < A < B$

20. 직선 $y=2$ 위의 점 P에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱이 $\frac{1}{3}$ 이다. 점 P의 x 좌표를 k 라 할 때, k^2 의 값은? [4점]



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 함수 $|f(x)-f(3)|$ 은 한 점에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값 5를 갖는다.

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{(n+1)^4}{n^5} + \frac{(n+2)^4}{n^5} + \frac{(n+3)^4}{n^5} + \dots + \frac{(n+n)^4}{n^5} \right\} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수)[3점]

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

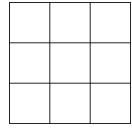
24. 함수 $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.
 $g(0) = 0$ 이고 $\int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$ 일 때, a^4 의 값을 구하시오. [3점]

25. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = \begin{cases} 3\sqrt{x} & (x > 1) \\ 2x & (x < 1) \end{cases}$$

이다. $f(4) = 13$ 일 때, $f(-5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 나누고, 이 중에서 3개를 선택할 때 나타나는 모양은 다음과 같이 세 가지 유형으로 분류할 수 있다.



(가) 유형 1 : , 와 같은 모양

(나) 유형 2 : , , , 와 같은 모양

(다) 유형 3 : 유형 1도 아니고 유형 2도 아닌 모양

한 변의 길이가 1인 위의 정사각형 9개 중에서 임의로 3개를 선택하여 얻은 모양의 유형에 따라 확률변수 X 는 다음과 같다고 하자.

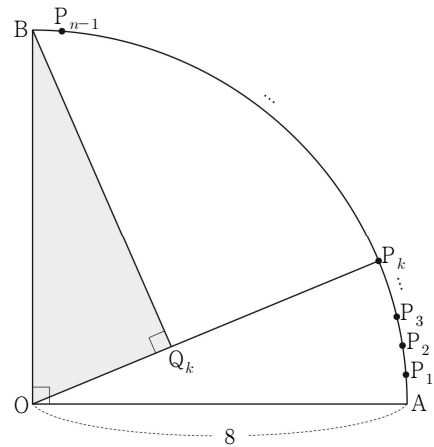
$$X = \begin{cases} 1 & (\text{유형 1인 경우}) \\ 2 & (\text{유형 2인 경우}) \\ 3 & (\text{유형 3인 경우}) \end{cases}$$

E(42X)의 값을 구하시오. [4점]

27. 반지름의 길이가 각각 2, 4, 8 이고 서로 외접하는 세 개의 구가 평면 α 위에 놓여 있다. 세 구의 중심을 각각 A, B, C 라 하고, 평면 ABC 와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos \theta = \frac{b}{a} \sqrt{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]
(단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

28. 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고, 반지름의 길이가 8인 부채꼴 OAB가 있다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 호 AB를 n 등분한 각 분점을 점 A에서 가까운 것부터 차례로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ 이라 하자. $1 \leq k \leq n-1$ 인 자연수 k 에 대하여 점 B에서 선분 OP_k 에 내린 수선의 발을 Q_k 라 하고, 삼각형 OQ_kB 의 넓이를 S_k 라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} S_k = \frac{\alpha}{\pi}$ 일 때, α 의 값을 구하시오. [4점]



29. 다음은 어느 회사에서 전체 직원 360 명을 대상으로 재직 연수와 새로운 조직 개편안에 대한 찬반 여부를 조사한 표이다.

(단위: 명)

재직 연수 \ 찬반 여부	찬성	반대	계
10 년 미만	a	b	120
10 년 이상	c	d	240
계	150	210	360

재직 연수가 10 년 미만일 사건과 조직 개편안에 찬성할 사건이 서로 독립일 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양의 실수 k 에 대하여 곡선 $y = k \ln x$ 와 직선 $y = x$ 가 접할 때, 곡선 $y = k \ln x$, 직선 $y = x$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $ae^2 - be$ 이다. $100ab$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]